

Examen de Matemáticas – 3º E.S.O.

Nombre.....Grupo: 3º.....Fecha.....

1. (1 punto) Realiza las siguientes operaciones. Expresa el resultado en forma de fracción.

a) $\left(2 + \frac{1}{3}\right)^2 \div \left(2 - \frac{1}{3}\right)^2$

b) $\left(2^2 + \frac{1}{3^2}\right) \div \left(2^2 - \frac{1}{3^2}\right)$

2. (1 punto) Simplifica las siguientes expresiones numéricas operando

a) con potencias: $\frac{16^4 \cdot 8^{-3}}{0,125^5 \cdot 32^2}$

b) en notación científica: $325\,000\,000 \cdot 10^{-4} \div (0,005 \cdot 10^9)$

3. (1 punto) Operaciones con porcentajes:

a) Según una encuesta reciente, de cada 15 españoles 9 no han leído El Quijote. ¿Qué porcentaje de españoles ha leído El Quijote?

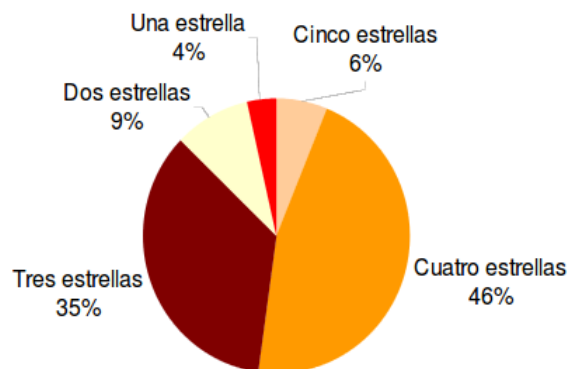
b) En la clase de Pablo, el 40% de los alumnos ha escogido Alemán como Segunda lengua y los 18 restantes han preferido Francés. ¿Cuántos alumnos hay en la clase de Pablo?

4. El porcentaje de viajeros hospedados en hoteles españoles en 2009, agrupados por la categoría de estos en estrellas, aparece en el gráfico de la derecha.

a) (0,25 puntos) ¿Cuál es la moda, y qué significa en este caso?

b) (0,75 puntos) Calcula la frecuencia relativa acumulada y úsala para hallar los cuartiles con ayuda de la siguiente tabla.

Viajeros hospedados en hoteles españoles por categoría del establecimiento. 2009



Estrellas	h_i	H_i
1		
2		
3		
4		
5		

5. En una bolsa hay 10 bolas numeradas del 11 al 20, idénticas, salvo en el color, pues unas son rojas y las otras verdes.

a) (0,5 puntos) Sacamos, sin mirar, una bola. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número primo? (Suceso A: “sale un número primo”)

b) (0,75 puntos) Se sabe que la probabilidad de sacar bola verde es $\frac{3}{5}$. ¿Cuántas bolas hay de cada color? (Suceso V: “sale una bola verde”)

c) (0,75 puntos) Dos de las bolas verdes están numeradas con números primos, y el resto de las bolas verdes con números compuestos. Expresa como union o intersección de A y V el suceso “sale una bola verde o tiene un número compuesto” y calcula su probabilidad.

(Puedes ayudarte de la tabla de contingencia)

	V	\bar{V}	Total
A			
\bar{A}			
Total			10

6. (2 puntos) Halla el cociente y el resto de dividir $(4x^5 - 5x^3 - x^2 + 2x + 1) \div (2x^2 - 3x + 1)$

7. (2 puntos = 0,6 + 0,6 + 0,8) Sacar factor común o usar las identidades notables para simplificar las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{4x^2 + 4x + 1}{6x^4 + 3x^3}$

b) $\frac{2x^2 - 32}{x^2 - 8x + 16}$

c) $\frac{(x^2 + 6x + 9) \cdot (x^3 - 2x^2)}{(3x^5 - 6x^4) \cdot (x^2 - 9)}$

Examen de Matemáticas – 3º E.S.O. Soluciones

1. (1 punto) Realiza las siguientes operaciones. Expresa el resultado en forma de fracción.

a) $\left(2 + \frac{1}{3}\right)^2 \div \left(2 - \frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{6+1}{3}\right)^2 \div \left(\frac{6-1}{3}\right)^2 = \left(\frac{7}{3}\right)^2 \div \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{49}{9} \div \frac{25}{9} = \frac{49}{25}$

b) $\left(2^2 + \frac{1}{3^2}\right) \div \left(2^2 - \frac{1}{3^2}\right) = \left(4 + \frac{1}{9}\right) \div \left(4 - \frac{1}{9}\right) = \frac{36+1}{9} \div \frac{36-1}{9} = \frac{37}{35}$

2. (1 punto) Simplifica las siguientes expresiones numéricas operando

a) con potencias:

$$\frac{16^4 \cdot 8^{-3}}{0,125^5 \cdot 32^2} = \frac{(2^4)^4 \cdot (2^3)^{-3}}{\left(\frac{125}{1000}\right)^5 \cdot (2^5)^2} = \frac{2^{16} \cdot 2^{-9}}{\left(\frac{5^3}{2^3 \cdot 5^3}\right)^5 \cdot 2^{10}} =$$

$$= \frac{2^{16-9}}{(2^{-3})^5 \cdot 2^{10}} = \frac{2^7}{2^{-15+10}} = \frac{2^7}{2^{-5}} = 2^{7-(-5)} = 2^{12}$$

b) en notación científica:

$$325\,000\,000 \cdot 10^{-4} \div (0,005 \cdot 10^9) = 3,25 \cdot 10^8 \cdot 10^{-4} \div (5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^9) =$$

$$= 3,25 \cdot 10^4 \div (5 \cdot 10^6) = 0,65 \cdot 10^{-2} = 6,5 \cdot 10^{-3}$$

3. (1 punto) Operaciones con porcentajes:

a) Según una encuesta reciente, de cada 15 españoles 9 no han leído El Quijote. ¿Qué porcentaje de españoles ha leído El Quijote?

Si 9 de cada 15 no han leído El Quijote, el resto sí lo ha leído: 6 de cada 15.

$$\frac{6}{15} = \frac{x}{100} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{x}{100} \Rightarrow \frac{2 \cdot 100}{5} = x \Rightarrow 40 = x \text{ El 40\% ha leído El Quijote.}$$

b) En la clase de Pablo, el 40% de los alumnos ha escogido Alemán como Segunda lengua y los 18 restantes han preferido Francés. ¿Cuántos alumnos hay en la clase de Pablo?

Los 18 representan el 60% de la clase. $\frac{60}{100} \cdot x = 18 \Rightarrow x = \frac{18 \cdot 100}{60} = 30$

En la clase hay 30 alumnos.

Viajeros hospedados en hoteles españoles por categoría del establecimiento, 2009



4. El porcentaje de viajeros hospedados en hoteles españoles en 2009, agrupados por la categoría de estos en estrellas, aparece en el gráfico de la izquierda.

a) (0,25 puntos) ¿Cuál es la moda, y qué significa en este caso?

La moda es el valor de x_i que más se repite, 4 (un 46%). Se hospedan más viajeros en hoteles de 4 estrellas que en los de otras categorías.

Estrellas	h_i	H_i
1	4	4
2	9	13
3	35	48
4	46	94
5	6	100
	100	

b) (0,75 puntos) Calcula la frecuencia relativa acumulada y úsala para hallar los cuartiles con ayuda de la tabla.

Los cuartiles son los valores que corresponden a 0%, 25%, 50%, 75% y 100% en H_i .

Por lo tanto son

$$Q_0=1 \ ; \ Q_1=3 \ ; \ Q_2=4 \ ; \ Q_3=4 \ ; \ Q_4=5$$

5. En una bolsa hay 10 bolas numeradas del 11 al 20, idénticas, salvo en el color, pues unas son rojas y las otras verdes.

a) (0,5 puntos) Sacamos, sin mirar, una bola. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número primo? (Suceso A: “sale un número primo”)

$$A = \{11, 13, 17, 19\} \Rightarrow p(A) = \frac{4}{10} = 0,4$$

b) (0,75 puntos) Se sabe que la probabilidad de sacar bola verde es 3/5. ¿Cuántas bolas hay de cada color? (Suceso V: “sale una bola verde”)

$$p(V) = \frac{3}{5} = \frac{6}{10} \Rightarrow \text{Hay 6 bolas verdes y, por lo tanto, 4 bolas rojas.}$$

c) (0,75 puntos) Dos de las bolas verdes están numeradas con números primos, y el resto de las bolas verdes con números compuestos. Expresa como union o intersección de A y V el suceso “sale una bola verde o tiene un número compuesto” y calcula su probabilidad.

	V	\bar{V}	Total
A	2	2	4
\bar{A}	4	2	6
Total	6	4	10

En la tabla se han sombreado los sucesos “bola verde” (V) y “nº compuesto (no primo)” (\bar{A}).

$$\text{Así, } p(V \cup \bar{A}) = \frac{2+4+2}{10} = \frac{8}{10} = 0,8$$

$$\text{(Otra manera: } p(V \cup \bar{A}) = p(V) + p(\bar{A}) - p(V \cap \bar{A}) = \frac{3}{5} + (1 - 0,4) - \frac{(6-2)}{10} = 0,6 + 0,6 - 0,4 = 0,8 \text{)}$$

6. (2 puntos) Halla el cociente y el resto de dividir $(4x^5 - 5x^3 - x^2 + 2x + 1) \div (2x^2 - 3x + 1)$

$$\begin{array}{r}
 4x^5 \qquad -5x^3 \quad -x^2 \quad +2x \quad +1 \\
 \underline{-4x^5 + 6x^4 - 2x^3} \\
 + 6x^4 - 7x^3 - x^2 \\
 \underline{-6x^4 + 9x^3 - 3x^2} \\
 2x^3 - 4x^2 + 2x \\
 \underline{-2x^3 + 3x^2 - x} \\
 -x^2 + x + 1 \\
 \underline{+x^2 - 3/2x + 1/2} \\
 \boxed{-1/2x + 3/2} \text{ Resto}
 \end{array}$$

7. (2 puntos = 0,6 + 0,6 + 0,8) Sacar factor común o usar las identidades notables para simplificar las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{4x^2 + 4x + 1}{6x^4 + 3x^3} = \frac{(2x+1)^2}{3x^3(2x+1)} = \frac{2x+1}{3x^3}$

b) $\frac{2x^2 - 32}{x^2 - 8x + 16} = \frac{2(x^2 - 16)}{(x-4)^2} = \frac{2(x+4)(x-4)}{(x-4)(x-4)} = \frac{2(x+4)}{x-4}$

c) $\frac{(x^2 + 6x + 9) \cdot (x^3 - 2x^2)}{(3x^5 - 6x^4) \cdot (x^2 - 9)} = \frac{(x+3)^2 \cdot x^2(x-2)}{3x^4(x-2) \cdot (x+3)(x-3)} = \frac{x+3}{3x^2(x-3)}$