

NOMBRE:.....

FECHA: 11 – 12 – 15

TODAS LAS PREGUNTAS TIENEN LA MISMA PUNTUACIÓN

1. Realiza las siguientes operaciones con potencias, expresa el resultado como potencia única positiva.

$$\frac{27^{-2} : (-8^{-3})^{-4} \cdot 12^2}{((-3)^3 : 6^{-4})^3}$$

2. Opera las siguiente suma de radicales.

$$\left(\frac{2}{3} \sqrt{96} - \sqrt{\frac{6}{25}} \right) \sqrt[3]{6^2}$$

3. Simplifica la siguiente expresión.

$$\frac{(\sqrt{2^4 x^{-3}}) \cdot \sqrt{\sqrt{8 x^3}}}{\sqrt[3]{x^{-1}} \sqrt{4 x^5}}$$

4. Halla el valor de m para que el polinomio $4x^3 - (1 - m)x^2 - x + 3$ tenga resto 2 al dividirlo entre el polinomio $x - 1$

5. Descompón en factores el polinomio $6x^4 + 5x^3 - 2x^2 - x$.

6. Resuelve

$$\frac{2x+1}{x} - \frac{4}{x+1} = 1$$

7. Resuelve la siguiente ecuación.

$$6x^4 - 3x^2 = 2x - 11x^3$$

8. Resuelve la siguiente ecuación.

$$1 + \sqrt{x+1} + x = 2x$$

9. Resuelve las siguientes inecuaciones. (Pregunta para 4º B).

a) $\frac{2x+1}{6} - \frac{x+3}{8} < x + \frac{3x-5}{12}$

b) $12x^2 + x \leq 1$

Soluciones

El método elegido o el orden en que se efectúan algunas operaciones depende de cada persona. Es posible que resuelvas estos ejercicios de manera distinta a la mostrada aquí; si llegas a los mismos resultados (en rojo) o a unos equivalentes, estarán bien resueltos.

1. Realiza las siguientes operaciones con potencias, expresa el resultado como potencia única positiva.

$$\frac{27^{-2} \cdot (-8^{-3})^{-4} \cdot 12^2}{((-3)^3 \cdot 6^{-4})^3} = \frac{(3^3)^{-2} \cdot (-(-2^3)^{-3})^{-4} \cdot (2^2 \cdot 3)^2}{((-3)^3 \cdot (2 \cdot 3)^{-4})^3} = \frac{3^{-6} \cdot 2^{36} \cdot 2^4 \cdot 3^2}{(-3)^9 \cdot (2^{-12} \cdot 3^{-12})} =$$

$$\stackrel{\pm}{=} \frac{-3^{-6} \cdot 2^{-36} \cdot 2^4 \cdot 3^2}{3^9 \cdot 2^{12} \cdot 3^{12}} = \frac{-3^{-4} \cdot 2^{-32}}{3^{21} \cdot 2^{12}} = -\frac{1}{3^{25} \cdot 2^{44}}$$

2. Opera las siguiente suma de radicales.

$$\left(\frac{2}{3}\sqrt{96} - \sqrt{\frac{6}{25}}\right)\sqrt[3]{6^2} = \left(\frac{2}{3}\sqrt{2^5 \cdot 3} - \sqrt{\frac{2 \cdot 3}{5^2}}\right)\sqrt[3]{(2 \cdot 3)^2} = \left(\frac{2 \cdot 2^2}{3}\sqrt{2 \cdot 3} - \frac{1}{5}\sqrt{2 \cdot 3}\right)\sqrt[3]{2^2 \cdot 3^2} =$$

$$= \left(\frac{8}{3} - \frac{1}{5}\right)\sqrt{2 \cdot 3}\sqrt[3]{2^2 \cdot 3^2} = \frac{37}{15}\sqrt{2 \cdot 3}\sqrt[3]{2^2 \cdot 3^2} = \frac{37}{15}\sqrt[6]{2^3 \cdot 3^3} \sqrt[6]{2^4 \cdot 3^4} = \frac{37}{15}\sqrt[6]{2^7 \cdot 3^7} = \frac{37 \cdot 2 \cdot 3}{5 \cdot 3}\sqrt[6]{2 \cdot 3} = \frac{74}{5}\sqrt[6]{6}$$

3. Simplifica la siguiente expresión.

$$\frac{(\sqrt{2^4 x^{-3}}) \cdot \sqrt{\sqrt{8 x^3}}}{\sqrt[3]{x^{-1}} \sqrt{4 x^5}} = \frac{2^2 \sqrt{x^{-3}} \cdot \sqrt[4]{2^3 x^3}}{\sqrt[3]{x^{-1}} \cdot \sqrt[6]{2^2 x^5}} = \frac{2^2 \sqrt[12]{x^{-18}} \cdot \sqrt[12]{2^9 x^9}}{\sqrt[12]{x^{-4}} \cdot \sqrt[12]{2^4 x^{10}}} = 2^2 \sqrt[12]{\frac{2^9 x^{-9}}{2^4 x^6}} = 4 \sqrt[12]{\frac{2^5}{x^{15}}} = \frac{4}{x} \sqrt[12]{\frac{32}{x^3}}$$

4. Halla el valor de m para que el polinomio $4x^3 - (1 - m)x^2 - x + 3$ tenga resto 2 al dividirlo entre el polinomio $x - 1$

Resto = Valor cuando $x=1 \rightarrow 4 \cdot 1^3 - (1 - m) \cdot 1^2 - 1 + 3 = 2 \rightarrow 4 - 1 + m - 1 + 3 = 2 \rightarrow m = -3$

5. Descompón en factores el polinomio $6x^4 + 5x^3 - 2x^2 - x = x(6x^3 + 5x^2 - 2x - 1)$

Por Ruffini

	6	5	-2	-1
-1		-6	+1	+1
	6	-1	-1	0

y no sale más veces.

El cociente es el polinomio de segundo grado $6x^2 - x - 1$, que se puede descomponer calculando sus raíces:

$$6x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{12} = \frac{1 \pm 5}{12} \rightarrow \begin{cases} x = 6/12 = 1/2 \\ x = -4/12 = -1/3 \end{cases} \rightarrow 6x^2 - x - 1 = 6 \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x + \frac{1}{3}\right)$$

Así, $6x^4 + 5x^3 - 2x^2 - x = x(x-1) \cdot 6 \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x + \frac{1}{3}\right) \stackrel{6=2 \cdot 3}{=} x(x-1)(2x-1)(3x+1)$

6. Resuelve

$$\frac{2x+1}{x} - \frac{4}{x+1} = 1 \rightarrow (2x+1)(x+1) - 4x = 1 \cdot x \cdot (x+1) \rightarrow 2x^2 + 3x + 1 - 4x = x^2 + x \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow (x-1)^2 = 0 \rightarrow x-1 = 0 \rightarrow x = 1$$

7. Resuelve la siguiente ecuación.

$$6x^4 - 3x^2 = 2x - 11x^3 \rightarrow 6x^4 + 11x^3 - 3x^2 - 2x = 0 \rightarrow x(6x^3 + 11x^2 - 3x - 2) = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 6x^3 + 11x^2 - 3x - 2 = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{Ruffini}} (x+2) \cdot (6x^2 - x - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x+2 = 0 \rightarrow x = -2 \\ 6x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{12} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{12} \\ x = \frac{-4}{12} \end{cases}$$

por la regla de Ruffini

	6	11	-3	-2
-2		-12	+2	+1
	6	-1	-1	0

Hay cuatro soluciones: $x = 0$, $x = -2$, $x = 1/2$ y $x = -1/3$

8. Resuelve la siguiente ecuación.

$$1 + \sqrt{x+1} + x = 2x \rightarrow \sqrt{x+1} = x-1 \rightarrow x+1 = (x-1)^2 \rightarrow x+1 = x^2 - 2x + 1 \rightarrow x^2 - 3x = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x(x-3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases} \begin{matrix} \text{Prueba: } 1 + \sqrt{0+1} + 0 = 2 \cdot 0 \rightarrow 1 + 1 = 0 \text{ Solución no válida} \\ \text{Prueba: } 1 + \sqrt{3+1} + 3 = 2 \cdot 3 \rightarrow 6 = 6 \text{ Válida} \end{matrix}$$

9. Resuelve las siguientes inecuaciones.

a)

$$\frac{2x+1}{6} - \frac{x+3}{8} < x + \frac{3x-5}{12} \xrightarrow{\cdot 24} 8x+4 - (3x+9) < 24x+6x-10 \rightarrow -25x < 5 \rightarrow x > \frac{5}{-25} \rightarrow x > \frac{-1}{5}$$

La solución es $x \in \left(\frac{-1}{5}, \infty\right)$

b) $12x^2 + x \leq 1 \rightarrow 12x^2 + x - 1 \leq 0 \xrightarrow{\text{hallando las raíces}} 12\left(x - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{3}\right) \leq 0$

Estudiando los signos de los factores en la tabla:

	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$+\infty$
signo		-	-	+
signo		-	+	+
signo		+	⊖	+

Raíces

$$12x^2 + x - 1 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{24} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = 6/24 = 1/4 \\ x = -8/24 = -1/3 \end{cases}$$

Solución: $x \in \left[\frac{-1}{3}, \frac{1}{4}\right]$